



Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2009

6. Übungsblatt

Abgabe bis zum 29.05.2009 um 14:00 Uhr ins Postfach
Besprechung am 08.06.2009 in der Übung

15. Kraft und Drehmoment auf eine Stromverteilung (6 Punkte)

Berechne, ausgehend von der Lorentzkraft auf bewegte Ladungen, die Kraft und das Drehmoment auf eine gegebene, lokal auf die Umgebung des Ursprungs begrenzte Stromverteilung in einem inhomogenen Magnetfeld \vec{B} . Das Gebiet V der Stromverteilung sei ausreichend klein gewählt, so dass \vec{B} dort nur schwach variiert und somit die Taylorentwicklung von $\vec{B}(\vec{r})$ nach dem ersten Glied abgebrochen werden kann:

$$\vec{B}(\vec{r}) \approx \vec{B}(\vec{0}) + \left((\vec{r} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \right) (\vec{0}).$$

Stelle die Ergebnisse unter Zuhilfenahme des magnetischen Dipolmoments

$$\vec{m} = \frac{1}{2c} \int_V (\vec{r} \times \vec{j}) d^3r$$

dar.

Bei den Umformungen sind die folgenden, für allgemeine Funktionen $f(\vec{r})$, $g(\vec{r})$ und Vektorfelder $\vec{j}(\vec{r})$ mit $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{r}) = 0$ und $\vec{a} = \text{const.}$ hilfreich:

$$\int_V \left[f(\vec{j} \cdot \vec{\nabla} g) + g(\vec{j} \cdot \vec{\nabla} f) \right] d^3r = 0, \quad \int_V (\vec{a} \cdot \vec{r}) \vec{j} d^3r = -\frac{1}{2} \int_V \vec{a} \times (\vec{r} \times \vec{j}) d^3r. \quad (1)$$

16. Energie des zeitunabhängigen Magnetfeldes (6 Punkte)

- Betrachte noch einmal den unendlich langen, geraden Leiter mit kreisförmigem Querschnitt R , durch den homogen ein konstanter Strom I fließt (vergleiche mit Aufgabe 13 vom letzten Zettel). Berechne die Energie des durch den Strom erzeugten magnetischen Feldes, die pro Längeneinheit in einem Zylinder mit Radius $a > R$ um den Leiter enthalten ist. Wie kann man das Ergebnis in den Grenzfällen $R \rightarrow 0$ bzw. $a \rightarrow \infty$ deuten?
- Betrachte nun eine Kugelschale vernachlässigbarer Dicke mit Radius R und Ladung Q , die homogen verteilt ist (vergleiche mit Aufgabe 14 vom letzten Zettel). Berechne die Energie des Magnetfeldes, wenn die Kugelschale um eine feste Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ rotiert.