Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften
– Physik –

Prof. Dr. A. Klümper
M. Brockmann
(G-16.04, 439-2541, michael.brockmann@physik.uni-wuppertal.de)

Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2009

3. Übungsblatt
Abgabe bis zum 08.05.2009 um 14:00 Uhr ins Postfach
Besprechung am 11.05.2009 in der Übung

7. **Fouriertransformation (4 Punkte)**
Eine zeitunabhängige Ladungsverteilung habe die Form

$$\rho(\vec{x}) = \rho_0 e^{-\kappa r} \tag{1}$$

mit $r = |\vec{x}|$ und $\kappa > 0$.

(a) Wie lautet die Fouriertransformierte von $\rho(\vec{x})$ und wie die Fouriertransformation der Maxwellschen Gleichung $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$ für dieses Problem?

(b) Löse die Fouriertransformierte Maxwellsche Gleichung und berechne daraus $\vec{E}(\vec{x})$ mittels Rücktransformation.

(c) Wie ergibt sich das selbe Ergebnis unter Verwendung von Aufgabe 3 auf Übungsblatt 1 ?

8. **Kapazität I (6 Punkte)**

Betrachte ein System von N Leitern, auf denen sich Ladungen q_j, $j = 1, \ldots, N$, befinden. Im Gleichgewicht stellen sich Potentiale φ_j auf den Leitern ein. Infolge der Linearität der Maxwellschen Gleichungen besteht ein linearer Zusammenhang zwischen den Potentialen und den Ladungen (siehe Vorlesung):

$$q_j = \sum_{k=1}^{N} C_{jk}\varphi_k. \tag{2}$$

Die Diagonalelemente C_{jj} heißen Kapazitätskoeffizienten, die Außerdiagonalelemente C_{jk} mit $j \neq k$ elektrostatische Influenzkoeffizienten.

(a) Zeige, dass die Matrix (C_{ij}) symmetrisch ist. Betrachte hierzu eine kleine Änderung δU der Energiedichte $U = 1/8\pi \int_V \vec{E}^2 d^3x$:

$$\delta U = \frac{1}{4\pi} \int_V \vec{E} \cdot \delta\vec{E} d^3x. \tag{3}$$

Zeige zunächst, dass einerseits $\delta U = \sum\limits_{j=1}^{N} \varphi_j \delta q_j$ und andererseits $\delta U = \sum\limits_{j=1}^{N} q_j \delta\varphi_j$. gilt. Betrachte dann die Ausdrücke $\frac{\partial U}{\partial q_j}$, $\frac{\partial U}{\partial \varphi_j}$ und $\frac{\partial q_j}{\partial \varphi_k}$.

(b) Zeige, dass aus $U \geq 0$ folgt, dass die Kapazitätskoeffizienten C_{jj} nicht negativ sind.

(c) Als gegenseitige Kapazität zweier Leiter bezeichnet man den Koeffizienten C in der Gleichung

$$q = C(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{4}$$

Diese Gleichung beschreibt den linearen Zusammenhang zwischen der Ladung q auf Leiter 1 und der Potentialdifferenz zwischen den Leitern, die besteht, wenn sich auf Leiter 2 die Ladung $-q$ befindet. Drücke C durch die vier Matrixelemente C_{jk}, $j, k = 1, 2$, aus.

9. **Kapazität II (6 Punkte)**

Bestimme die gegenseitige Kapazität pro Längeneinheit von zwei parallel ausgerichteten, leitenden und unendlich langen Hohlzylindern mit Radien $a < b$ und Achsenentfernung $c < b - a$. Die Dicke der Zylindermäntel sei vernachlässigbar klein.
Hinweis: Das von den Zylindern erzeugte Feld ist das gleiche, das auch von zwei geladenen Drähten (siehe Aufgabe 5) erzeugt würde, die in der Ebene der Zylinderachsen parallel zu diesen verliefen. Hierbei befände sich der eine Draht innerhalb des inneren Zylinders und der andere außerhalb des äußeren. Betrachte die Querschnittsfläche der ineinander liegenden Hohlzylinder und zeichne die Positionen der beiden Drähte als zwei Punkte A und B ein.