Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften
– Physik –

Prof. Dr. A. Klümper
M. Brockmann
(G-16.04, 439-2541, michael.brockmann@physik.uni-wuppertal.de)

Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2009

1. Übungsblatt

Abgabe bis zum 24.04.09 um 16:00 Uhr ins Postfach
Besprechung am 27.04.09 in der Übung

1. **Vektoranalysis I, Identitäten (3 Punkte)**
Es seien $\vec{a} = \vec{a}(\vec{x})$ und $\vec{b} = \vec{b}(\vec{x})$ zwei Vektorfelder. Zeige, dass die Identitäten

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \Delta\vec{a}, \quad (1)$$
$$\vec{\nabla}(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \cdot \vec{\nabla})\vec{b} + (\vec{b} \cdot \vec{\nabla})\vec{a} + \vec{b} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a}) + \vec{a} \times (\vec{\nabla} \times \vec{b}) \quad (2)$$

erfüllt sind. Folgende Formeln aus der Präsenzübung für die Kontraktionen zweier Epsilontensoren können hilfreich sein:

$$\epsilon_{ijk}\epsilon^{ilm} = \delta_j^l \delta_k^m - \delta_j^m \delta_k^l, \qquad \epsilon_{ijk}\epsilon^{ijm} = 2\delta_k^m.$$

2. **Vektoranalysis II, Gauß und Archimedes (5 Punkte)**
Betrachte einen beliebig geformten, homogenen starren Körper mit Volumen V, der auf einer Wasseroberfläche schwimmt. Die Maßeinheiten seien so gewählt, dass die Dichte des Wassers gleich eins ist. Die Dichte des Körpers sei mit ρ bezeichnet, das eingetauchte Teilvolumen mit U.
Auf den Körper wirken die Schwerkraft sowie der Druck der Luft und des Wassers. Der Körper sei so klein, dass der Luftdruck als konstant gleich ρ_0 angenommen werden kann. Der hydrostatische Druck ist gleich dem Gewicht der Wassersäule pro Flächeneinheit, hier also gleich $p_0 - zg$ (Schwerebeschleunigung g, Wasseroberfläche bei $z = 0$). Die Druckkraft greift nur auf der Oberfläche des Körpers an und steht in jedem Punkt senkrecht auf dieser.
Berechne mit Hilfe des Gaußschen Satzes die gesamte, durch den Druck auf den Körper ausgeübte Kraft.
Zusatzfrage außerhalb der Wertung: Welches Drehmoment übt die Gesamtheit der Druckkräfte auf den Körper aus?

3. **Feld einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung (5 Punkte)**
Zeige, dass eine um $\vec{x} = 0$ kugelsymmetrische Ladungsverteilung $\rho = \rho(|\vec{x}|)$ am Ort $\vec{x}$ das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{4\pi\vec{x}}{|\vec{x}|^3} \int_0^{|\vec{x}|} r^2 \rho(r) dr \quad (3)$$

erzeugt. Wie folgt hieraus das bekannte Resultat für das Feld einer Punktladung?
Hinweis: Benutze die Maxwellschen Gleichungen und Symmetrieargumente.