

Rechenmethoden I

Übung 9

gestellt am 12.12.2009, Abgabe: 18.12.2009(Nuding), 4.1.2010(Schulz)

Übungsleiter:

Win Nuding G.16-04, nuding@physik.uni-wuppertal.de

Ferdinand Schulz D.09-22, fschulz@physik.uni-wuppertal.de

Aufgabe 1: Oberflächenintegrale

8 Punkte

a) Berechne den Fluss eines konstanten Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

durch die Oberfläche eines Quaders mit den Kantenlängen a,b,c.

b) Nun betrachte eine Punktladung q im Nullpunkt. Berechne den Fluss des elektrischen Feldes \vec{E} der Punktladung durch die Oberfläche einer Kugel vom Radius R, deren Mittelpunkt ebenfalls im Koordinatenursprung liegt. Das elektrische Feld ist gegeben durch

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Aufgabe 2: Gauss-Satz

8 Punkte

Verwende den Satz von Gauss, um den Fluss des Vektorfeldes \vec{F}

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy \\ y^2 \\ xz \end{pmatrix}$$

durch die Oberfläche eines Würfels der Kantenlänge 1 mit den Eckpunkten (0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1) zu ermitteln.

Aufgabe 3: Stokes-Theorem

8 Punkte

Verifiziere den Satz von Stokes für das Vektorfeld \vec{F}

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 y \\ xy^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und die Kreisfläche vom Radius 1 in der x-y-Ebene mit Mittelpunkt im Ursprung. (Vergleiche den Fluss der Rotation von \vec{F} durch die Kreisfläche mit dem Linienintegral \vec{F} entlang der Kreislinie.)