Rechenmethoden I

Übung 5

gestellt am 17.11.2009, Abgabe: 20.11.2009(Nuding), 24.11.2009(Schulz)

Übungsleiter:
Win Nuding G.16-04, nuding@physik.uni-wuppertal.de
Ferdinand Schulz D.09-22, fschulz@physik.uni-wuppertal.de

Aufgabe 1: Integrale — 8 Punkte

Berechne folgende Integrale:

a)

$$\int_{-1}^{1}(1+x+x^2+x^3+x^4)\,dx \quad , \quad \int_1^2 \frac{1}{x}\,dx$$

$$\int_0^{\pi/2} sin(x)cos(x)\,dx \quad , \quad \int_1^A ln(x)\,dx \quad mit\, A > 0 \qquad \int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx$$

b) Ermittle die Stammfunktion, und verwende dazu beim 3.Integral die Partialbruchzerlegung. Diese bedeutet hier konkret, das Integral als Linearkombinaton von den Inversen der Faktoren des Nenners darzustellen, d.h. von 1/(x-1) und 1/(x-2).

$$\int \frac{1}{1+cos(x)}\,dx \quad , \quad \int \frac{1}{1+e^x}\,dx$$

$$\int \frac{2x+3}{x^2-3x+2}\,dx$$

Aufgabe 2: Potentiale — 6 Punkte

Bestimme die Kraftfelder zu den folgenden Potentialfunktionen durch Berechnung des negativen(!) Gradients:

a) $\phi(\vec{r}) = \vec{r}\cdot\vec{a}$ mit beliebigem konstanten Vektor $\vec{a}$

b) $\phi(\vec{r}) = |\vec{r}|^n$

c) $\phi(\vec{r}) = f(|\vec{r}|)$ mit beliebiger Funktion f, dass heißt das Potential hängt nur vom Betrag ab.

Aufgabe 3 : Kurvenintegrale 12 Punkte

Berechne jeweils das dreidimensionale Kurvenintegral zu den folgenden Kraftfelder , und zwar jeweils mit Anfangspunkt $x_1 = (0, 3, 9)$ und Endpunkt $x_2 = (3, 6, 4)$. Verwende als Kuve eine Gerade zwischen x_1 und x_2. Wer Zusatzpunkte haben möchte, prüfe, welches der Felder konservativ ist.

a)

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 4x + 7y^2 + 7z^3 \\ 5x^4 - 8y + 4z^3 \\ 9x + 5y^5 - 6z \end{pmatrix}$$

b)

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 12e^x + 2y^2 + cosz \\ 4sin(x) - 8e^y + 7z^3 \\ 10x + 12y^5 - 2z \end{pmatrix}$$

c)

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{x^2} + 2sin^y + e^z \\ 25sin(x) - 12e^y + \frac{1}{z} \\ 10cos(x) + 12ye^{y^2} - 6z \end{pmatrix}$$