# Rechenmethoden I

# Übung 4

gestellt am 10.11.2009, Abgabe: 13.11.2009

Übungsleiter:

| | |
|---|---|
| Win Nuding | G.16-04, nuding@physik.uni-wuppertal.de |
| Ferdinand Schulz | D.09-22, Ferdinand.Schulz@math.uni-wuppertal.de |


## Aufgabe 1: Allgemeine Potenzen und Logarithmus — 5 Punkte

Berechne die erste Ableitung der folgenden Funktionen ,

a)

$$f_1(x) := \ln\left(\frac{\sqrt{2x^n}}{x^{3/2}}\right)$$

b)

$$f_2(x) := \log_\alpha(x)$$

c)

$$f_3(x) := \log_x(\alpha)$$

d)

$$f_4(x) := \log_x(x)$$

e)

$$f_5(x) := x^{\sqrt{x}}$$

*Tipp:* Es folgt unmittelbar aus der Definition des Logarithmus zu einer beliebigen Basis, dass gilt $x = \alpha^{\log_\alpha(x)}$. Außerdem ist **??**) wirklich so einfach . . . .

## Aufgabe 2: Ableitung der Umkehrfunktion — 5 Punkte

Berechne die Ableitung der folgenden Funktionen als Ableitung der Umkehrfunktion

a)

$$g_1(x) := \arcsin(x)$$

b)

$$g_2(x) := \arctan(x)$$

c)

$$g_3(x) := \ln(x), \qquad x > 0$$

### Aufgabe 3 : Ein nützliches Lemma 4 Punkte

Beweise folgende Aussagen :

(i) Sei $u(x)$ eine ungerade Funktion, d.h. $u(-x) = -u(x)$. Dann gilt :

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} u(x)\,dx = 0$$

(ii) Sei $g(x)$ einer gerade Funktion, d.h. $g(x) = g(-x)$. Dann gilt :

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} g(x)\,dx = 2\int_{0}^{\alpha} g(x)\,dx$$

### Aufgabe 4 : Bestimmte Integrale 8 Punkte

Berechne folgende Integrale :

a)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt)\sin(mt)\,dt, \qquad m, n \in \mathbb{Z}$$

b) *Substitution :*

(i)

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$$

(ii)

$$\int_{1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$$

c) *partielle Integration :*

(i)

$$\int_{1}^{x} \ln(t)\,dt, \qquad x > 0$$

(ii)

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-\alpha x^2}\,dx, \qquad n \in \mathbb{N}$$

Es darf benutzt werden, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$