

Rechenmethoden I

Test zur Selbsteinschätzung

Übungsleiter :

Win Nuding, G.16-04, nuding@physik.uni-wuppertal.de

Ferdinand Schulz, D.09-22

Aufgabe 1 : Vektoraddition

Berechne die die folgenden Linearkombinationen von Vektoren

a)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 20 \\ 35 \end{pmatrix}$$

b)

$$15 \cdot \left(\begin{pmatrix} 34 \\ 17 \\ 23 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 50 \\ 27 \\ 52 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 13 \\ 19 \\ 27 \end{pmatrix}$$

c)

$$6 \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 19 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 : Matrixmultiplikation

Berechne die folgenden Matrixprodukte

a)

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 6 \\ 8 & 7 & 3 \\ 9 & 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 13 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \\ 8 & 9 & 11 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 11 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & -11 \\ 9 & 17 \\ -13 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 : Determinanten

Berechnen sie die folgenden Determinanten

a)

$$\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 & 11 \\ 8 & 4 & 7 \\ 6 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 4: Skalarprodukt

Berechnen sie das Skalarprodukt zwischen den Vektoren und ermitteln Sie anschließend den Winkel zwischen ihnen

a)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5: Grenzwerte von Folgen

Berechnen sie die Grenzwerte $n \rightarrow \infty$ für die unten stehenden Folgen

a)

$$a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

b)

$$a_n = \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

c)

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n}}$$

d)

$$a_n = \frac{3^n + 2^n}{5^n}$$

e)

$$a_n = \frac{1 + 2 + \cdots + n}{n^2}$$

Aufgabe 6: Grenzwerte von Funktionen

Berechne die Grenzwerte der unten stehenden Funktionen an den angegebenen Stellen.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 4}{x^2 - 4}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x} - 1}{x}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

e)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

f)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan(x)}{x - \sin(x)}$$

Aufgabe 7: Ableitungen

Berechnen sie die erste Ableitung nach x der folgenden Funktionen

a)

$$\sin(2x^2)$$

b)

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

c)

$$\frac{2 \sin(3x) + x^3 \cos(x)}{x^2}$$

d)

$$\exp(x \exp(x \exp(x^2)))$$

e)

$$\ln(1 + \sqrt{x})$$

f)

$$\ln \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$$

g)

$$x^{\sqrt{x}}$$

Aufgabe 8: Integrationene

Berechnen sie die folgenden bestimmten (mit Grenzen) und unbestimmten (Stammfunktionen) Integrale

a)

$$\int (3x^2 + 5x + 7) dx$$

b)

$$\int_1^k \frac{1}{x} dx, \quad k > 0$$

c)

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$$

d)

$$\int_0^\infty \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

e)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt) \sin(mt) dt, \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

f)

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \cos(x) dx$$

g)

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx$$

Es darf benutzt werden, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$