Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften
– Physik –

Prof. Dr. A. Klümper
Y. Öz (822066@uni-wuppertal.de)
D. Nawrath (D.09.01, 439-2617, dnawrath@uni-wuppertal.de)

Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2012

9. Übungsblatt

Abgabe 14.06.2012 im Tutorium
Besprechung am 15.06.2012 in der Übung

30. **Gleichförmig bewegte Ladungen (7 Punkte)**

In Aufgabe 28 haben wir bereits kennengelernt, dass das elektrische Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung durch

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \frac{\gamma}{\left[1+(\gamma^2-1)\cos^2(\theta)\right]^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{q\vec{x}}{|\vec{x}|^3} \tag{1}$$

bestimmt wird. Diesen Ausdruck wollen wir jetzt herleiten. Nach Liénard Wiechert sind die Potentiale gegeben durch

$$\Phi(\vec{x},t) = \frac{q}{r_0 - \frac{\vec{r}_0\cdot\vec{v}}{c}} \quad , \quad \vec{A}(\vec{x},t) = \frac{\vec{v}}{c}\,\Phi(\vec{x},t) \quad , \tag{2}$$

wobei $\vec{r}_0 = \vec{x} - \vec{x}_0$, $r_0 = |\vec{r}_0| = c(t-t_0)$, $t_0 = t_0(\vec{x},t)$ und $\vec{v} := \frac{\partial}{\partial t_0}\vec{x}_0$.

(a) Verifiziere, dass für das elektrische Feld folgender Ausdruck gilt

$$\vec{E}(\vec{x},t) = q\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{r_0^2}\frac{\vec{n}-\frac{\vec{v}}{c}}{\left(1-\frac{\vec{n}\cdot\vec{v}}{c}\right)^3} \tag{3}$$

(b) Zeige, dass

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \frac{q\vec{r}}{r^3}\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2(\theta)\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{4}$$

gilt. Hinweis: Beachte, dass $\vec{r}_0 = \vec{r} + \vec{v}\frac{r_0}{c}$ gilt. Führe nun geeignete Polarkoordinaten für $\vec{r}$ ein. Der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ zeigt in x-Richtung.

(c) Zeige die Gleichheit von (1) und (4)

31. **Orthogonale Transformation der Maxwellgleichungen (6 Punkte)**

In der Vorlesung haben wir die Maxwellsche Gleichung

$$\nabla\vec{E} = 4\pi\rho$$

durch

$$\vec{E}'(\vec{x}) := \mathbf{O}\vec{E}(\mathbf{O^{-1}}\vec{x}) \tag{5}$$

transformiert (Ergebnis siehe Gleichung (4.5)). Transformiere auch die anderen drei Maxwellgleichungen nach (5).

32. **Ein Sender (7 Punkte)**

(a) Zeige, ausgehend von der bekannten Formel für das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{x}, t)$ einer lokalisierten Stromverteilung (3.60), dass das magnetische Feld durch

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \int_{\mathbb{R}} \frac{d^3\, x'}{c} \operatorname{rot}_{\vec{x}} \frac{\vec{j}(\vec{x}', t')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \tag{6}$$

gegeben ist. Wie hängt t' mit t zusammen?

(b) Es sei nun die Stromverteilung

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = I\delta(x)\cos(\omega t)\vec{e}_z$$

gegeben. Berechne aus (6) $\vec{B}(\vec{x}, t)$, wobei (6) sich auch auf ausgedehnte Stromverteilungen anwenden lässt.

(c) Berechne den Poyntingvektor $\vec{S}(\vec{x}, t)$ und den zeitgemittelten Energiestrom.