Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften
– Physik –

Prof. Dr. A. Klümper
Y. Öz (822066@uni-wuppertal.de)
D. Nawrath (D.09.01, 439-2617, dnawrath@uni-wuppertal.de)

Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2012

7. Übungsblatt

Abgabe 24.05.2012 vor der Vorlesung
Besprechung am 25.05.2012 in der Übung

22. **Rotierende Kugelschale (8 Punkte)**

Auf einer Kugelschale vernachlässigbarer Dicke mit Radius R sei die Ladung Q gleichmäßig verteilt. Es soll im Folgenden das Magnetfeld im Innen- und Außenbereich bestimmt werden, wenn die Kugelschale um eine feste Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ rotiert.

(a) Zeige, dass mit der Integralformel für das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ aus der vorherigen Aufgabe folgt:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{QR^2}{3c}\frac{\vec{\omega}\times\vec{r}}{r^3} \quad r > R \qquad\qquad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{Q}{3Rc}(\vec{\omega}\times\vec{r}) \quad r < R. \tag{1}$$

Lege das Koordinatensystem bei der Integration so, dass $\vec{r}$ auf der z-Achse liegt ($\vec{\omega}$ ist hierbei beliebig orientiert).

(b) Bestimme die Induktion für den Innen- und Außenbereich durch Bildung der Rotation.

(c) Welche Beziehungen für die Normal- und Tangentialkomponenten von $\vec{B}$ gelten beim Übergang vom Innen- zum Außenbereich? Skizziere den Feldlinienverlauf.

23. **Plattensender (6 Punkte)**

Ein Plattensender erzeuge links und rechts der yz-Ebene eines geeignet gewählten Koordinatensystems das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{x},t) = E_0\left(\Theta(x)\cos(kx-\omega t) + \Theta(-x)\cos(kx+\omega t)\right)\vec{e}_y. \tag{2}$$

Berechne, welche Stromdichte $\vec{j}(\vec{x},t)$ hierzu experimentell zu realisieren ist.
Hinweis: Berechne zunächst das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{x},t)$.

24. **Greensche Funktion der Wellengleichung (6 Punkte)**

In der Vorlesung wurde die Greensche Funktion der Wellengleichnug (3.42)

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\boldsymbol{A}^\nu = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}^\nu$$

als Fourierintegral dargestellt. Dieses lautet nach (3.51)

$$G(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}') = -\frac{1}{(2\pi)^4}\int_{\mathbb{R}^3} d^3k \int_{\mathbb{R}} dk_0\, \frac{e^{-ik_0(x_0-x_0')}}{k_0^2-\vec{k}^2} e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')} \tag{3}$$

Zur Berechnung des Integrals über k_0 wurde in der Vorlesung ein Integrationsweg entlang der reellen Achse benutzt, wobei die Polstellen durch Ausweichen in die obere Halbebene gemieden wurden. Werte das Integral nun auch für zwei weitere Integrationswege aus: (i) Weg unterhalb der reellen Achse, (ii) “Slalom”: meide den einen Pol durch Ausweichen in die obere Halbebene, den anderen Pol durch Ausweichen in die untere Halbebene. Vergleiche die Ergebnisse mit der Vorlesung (3.57).