Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften
– Physik –

Prof. Dr. A. Klümper
Y. Öz (822066@uni-wuppertal.de)
D. Nawrath (D.09.01, 439-2617, dnawrath@uni-wuppertal.de)

Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2012

6. Übungsblatt
Abgabe 16.05.2012 vor Tutorium
Besprechung am 18.05.2012 in der Übung

19. **Stromdurchflossener Leiter (9 Punkte)**

Bestimme die magnetische Induktion $\vec{B}$ eines unendlich langen, geraden Leiters, der von einem zeitlich konstanten Strom I in Längsrichtung durchflossen wird.

(a) Bestimme hierzu zunächst unter Zuhilfenahme von Symmetriebetrachtungen die magnetische Induktion $\vec{B}$ mit dem Durchflutungsgesetz (integrierte Maxwellsche Gleichung). Für diesen Aufgabenteil habe der Leiter einen kreisförmigen Querschnitt mit Radius R bei homogener Stromdichte. Betrachte die beiden Fälle innerhalb und außerhalb des Leiters.

(b) Der Querschnitt des Leiters sei nun vernachlässigbar klein. Bestimme die Induktion $\vec{B}$ nach Biot-Savart. Wie lautet das zugehörige Vektorpotential?

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{I}{c}\int\limits_{\text{Leiter}} \frac{(\vec{r}-\vec{\ell})\times d\vec{\ell}}{|\vec{r}-\vec{\ell}|^3} \qquad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}d^3r' = \frac{I}{c}\int\limits_{\text{Leiter}} \frac{d\vec{\ell}}{|\vec{r}-\vec{\ell}|} \tag{1}$$

(c) Berechne die Energie des durch den Strom erzeugten magnetischen Feldes, die pro Längeneinheit in einem Zylinder mit Radius $a > R$ um den Leiter enthalten ist. Wie kann man das Ergebnis in den Grenzfällen $R \to 0$ bzw. $a \to \infty$ deuten?

(d) Leite aus $U = L\dot{I}$ die im Magnetfeld eines Leiters gespeicherte Energie U_{Feld} als $U_{Feld} = \frac{1}{2}LI^2$ her. Wie groß ist mit (c) die Induktivität L eines geraden Leiters pro Länge?

20. **Unendlich lange Spule (6 Punkte)**

Wir betrachten eine unendlich lange Spule mit N Windungen pro Länge l auf einem Zylinder. Die Stromdichte ist gegeben durch

$$\vec{j}(\vec{r}) = j(\rho)\vec{e}_\phi = \frac{NI}{l}\delta(\rho - R)\vec{e}_\phi \ . \tag{2}$$

(a) Bestimme das zugehörige Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ und das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$.
Hinweis: Beachte die Symmetrie des Problems.

(b) Verifiziere, dass der magnetische Fluss durch

$$\Phi_m = \pi R^2 \frac{4\pi}{c}\frac{NI}{l}$$

gegeben ist.

(c) Wie groß ist die Induktivität? Gibt es weitere Beiträge (s. Aufgabe 19)?

21. **Die Faradayscheibe (5 Punkte)**

Betrachte eine metallische Scheibe, welche mit einer Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} =$ konst. rotiere und einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ ausgesetzt sei. Die Drehachse der Scheibe sei parallel zum Magnetfeld $\vec{B}$ ausgerichtet. Setzt man elektrische Schleifontakte an die Achse bzw. an den Rand der Scheibe, so misst man eine Spannung U.

(a) Berechne die zu messende Spannung U mittels des Flussgesetzes

$$U = \frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(A(t) \cdot B(t)) \ ,$$

wobei $A(t)$ die Fläche des "Kreissektors" ist, welche vom Magnetfeld durchsetzt wird.

(b) Warum liefert die (differentielle) Maxwellsche Gleichung

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$$

nicht das gewünschte Ergebnis aus (a)? Wie lässt sich die sogenannte „Unipolarinduktion“ der Scheibe erklären, wenn keine Induktion nach dem 3. Gesetz von Maxwell vorliegt?

Es geht hier um die allgemeine Induktionsformel wie in der Vorlesung besprochen, d.h. (3.9). Die Frage, die sich zunächst stellt, ist, warum (3.9) angewendet werden kann, da sich (3.9) auf einen geschlossenen drahtförmigen Leiter bezieht. Überlege hierzu, daß es zur Faradayscheibe auch "Ersatzschaltbilder" gibt. Anregung: Überlege, daß der Schleifkontakt am Rand der Scheibe auf zwei Weisen angebracht werden kann, ohne das Ergebnis für U zu ändern. (i) wie im Bild: der Kontakt schleift an der Scheibe, (ii) an der Scheibe gibt es einen hervorstehenden festen Punkt, der an einem laborfesten Ring entlang schleift.