Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften
– Physik –

Prof. Dr. A. Klümper
Y. Öz (822066@uni-wuppertal.de)
D. Nawrath (D.09.01, 439-2617, dnawrath@uni-wuppertal.de)

Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie
SoSe 2012

2. Übungsblatt

Abgabe 19.04.2012 vor der Vorlesung
Besprechung am 20.04.2012 in der Übung

4. **Vektoranalysis II, Gauß und Archimedes (5 Punkte)**
Betrachte einen beliebig geformten, homogenen starren Körper mit Volumen V, der auf einer Wasseroberfläche schwimmt. Die Maßeinheiten seien so gewählt, dass die Dichte des Wassers gleich eins ist. Die Dichte des Körpers sei mit ρ bezeichnet, das eingetauchte Teilvolumen mit U. Auf den Körper wirken die Schwerkraft sowie der Druck der Luft und des Wassers. Der Körper sei so klein, dass der Luftdruck als konstant gleich ρ_0 angenommen werden kann. Der hydrostatische Druck ist gleich dem Gewicht der Wassersäule pro Flächeneinheit, hier also gleich $p_0 - zg$ (Schwerebeschleunigung g, Wasseroberfläche bei $z = 0$). Die Druckkraft greift nur auf der Oberfläche des Körpers an und steht in jedem Punkt senkrecht auf dieser. Berechne mit Hilfe des Gaußschen Satzes die gesamte, durch den Druck auf den Körper ausgeübte Kraft.

5. **Feld einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung (5 Punkte)**
Zeige, dass eine um $\vec{x} = 0$ kugelsymmetrische Ladungsverteilung $\rho = \rho(|\vec{x}|)$ am Ort $\vec{x}$ das elektrische Feld
$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{4\pi\vec{x}}{|\vec{x}|^3} \int_0^{|\vec{x}|} r^2 \rho(r) dr \tag{1}$$
erzeugt. Wie folgt hieraus das bekannte Resultat für das Feld einer Punktladung?
Hinweis: Benutze die Maxwellschen Gleichungen und Symmetrieargumente.

6. **Greensche Funktion (5 Punkte)**
Auf einer unendlich ausgedehnten, leitenden Ebene stehe ein homogen geladener Hohlzylinder. Berechne das Potential des elektrischen Feldes über der Ebene auf der Zylinderachse.
Hinweis: Das gesuchte Potential kann durch Integration über eine kontinuierliche Verteilung von Punktladungen, deren Potential in Anwesenheit der leitenden Ebene aus der Vorlesung bekannt ist, berechnet werden:
$$\Phi(\vec{x}) = \int_{\text{Zylinder}} d^3y \, G_D(\vec{x}, \vec{y}) \rho(\vec{y}) \quad . \tag{2}$$

7. **Hohlkugel (5 Punkte)**
Diskutiere mit Hilfe der Methode der Spiegelladungen das Problem einer Punktladung q innerhalb einer leitenden Hohlkugel mit Radius R. Das Potential innerhalb der Kugel wurde in der Vorlesung bereits bestimmt.
   (a) Wie lautet folglich die entsprechende Greensche Funktion $G_D(\vec{x}, \vec{y})$? Drücke diese durch die Beträge $x = |\vec{x}|$, $y = |\vec{y}|$ und den durch $\vec{x} \cdot \vec{y} = xy \cos(\vartheta)$ definierten Winkel ϑ aus und zeige, dass die Greensche Funktion folgende Symmetrie zeigt: $G_D(\vec{x}, \vec{y}) = G_D(\vec{y}, \vec{x})$.
   (b) Berechne die induzierte Flächenladungsdichte.
   (c) Welche Kraft wirkt auf die Ladung q?

8. **Bonusaufgabe (2 Extrapunkte)**
Nun betrachten wir eine unendlich ausgedehnte, leitende Ebene $z = 0$, vor der sich im Abstand d eine Punktladung q befinde. Es gelten die Dirichlet-Randbedingungen. Bestimme die Greensche Funktion und zeige auch hier die Symmetrie $G_D(\vec{x}, \vec{y}) = G_D(\vec{y}, \vec{x})$.