Übung 8 für Theoretische Festkörperphysik im WS 2012

Britta Aufgebauer (britta@physik.uni-wuppertal.de D.10.05)
Yahya Öz (yahya_oez@msn.com G.11.07)

Abgabe: 05.12.2012 Besprechung: 07.12.2012

1. **Harmonische Oszillationen eines zweidimensionalen Gitters** (10 Punkte)
Betrachte ein zweidimensionales quadratisches Gitter mit periodischen Randbedingungen, welches aus identischen Ionen der Masse m besteht. Jedes Ion wechselwirkt mit seinen nächsten und übernächsten Nachbarn. Die Federkonstante des harmonischen Potentials sei β_1 für die nächsten Nachbarn und β_2 für die übernächsten Nachbarn. Alle anderen Wechselwirkungen seien vernachlässigbar. Darüber hinaus seien alle Bewegungen der Ionen auf die Gitterebene beschränkt. Bestimme durch die Koeffizientenmatrix $(G_{na,mb})$ des harmonischen Potentials die dynamische Matrix $\mathbf{G}(\vec{q})$. Berechne die Lösungen der Bewegungsgleichungen durch die Diagonalisierung von $\mathbf{G}(\vec{q})$. Wie hängt die Frequenz von $\vec{q}$ ab? Plotte die Dispersionsrelation in $\begin{pmatrix} q, & 0 \end{pmatrix}$- und $\begin{pmatrix} q, & q \end{pmatrix}$-Richtung!

2. **Eindimensionales Gitter mit zweiatomarer Basis** (10 Punkte)
Betrachte ein eindimensionales Bravaisgitter mit zwei Ionen pro Elementarzelle mit den Gleichgewichtspositionen na und $na + d$. Wir nehmen dabei an, dass die beiden Ionen identisch seien und $d \leq \frac{a}{2}$ gilt. Zudem gehen wir davon aus, dass nur nächste Nachbarn wechselwirken. Das harmonische Potential kann in der Form
$$U = \frac{K}{2} \sum_n \left(u_1(na) - u_2(na)\right)^2 + \frac{G}{2} \sum_n \left(u_2(na) - u_1(na + a)\right)^2$$
geschrieben werden, wobei $u_1(na)$ und $u_2(na)$ die Verschiebungen sind, um welche die Ionen um die Plätze na und $na + d$ oszillieren. Aufgrund von $d \leq \frac{a}{2}$ gilt $K \geq G$. Bestimme die Bewegungsgleichungen und die Dispersionsrelation unter der Annahme periodischer Randbedingungen.