Übung 6 für Theoretische Festkörperphysik im WS 2012

Britta Aufgebauer (britta@physik.uni-wuppertal.de D.10.05)
Yahya Öz (yahya_oez@msn.com G.11.07)
Abgabe: 21.11.2012 Besprechung: 23.11.2012

1. **Fermi-Energie in einem Isolator** ($3 + 5 = 8$ **Punkte**)
Betrachte zwei Energiebänder, die durch eine Lücke getrennt sind. Die zugehörige Zustandsdichte $D(E)$ ist nur in den Energieintervallen $[a_v, b_v]$ und $[a_l, b_l]$ des Valenz- und Leitungsbands ungleich Null. Wir wollen nun die exakte Position der Fermi-Energie E_f bestimmen.
Wir gehen davon aus, dass die Teilchenanzahl

$$N = V \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}E D(E) f(E-\mu)$$

konstant ist. $f(E-\mu)$ ist dabei die Fermi-Verteilung.

   (a) Zeigen Sie, dass man durch Differenzieren bezüglich der Temperatur auf die Relation

   $$0 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}E}{T} D(E) \frac{\frac{E-\mu}{T} + \partial_T \mu}{4\mathrm{ch}^2 \frac{E-\mu}{2T}}$$

   kommt.

   (b) Approximiere nun den Term $\left(4\mathrm{ch}^2 \frac{E-\mu}{2T}\right)^{-1}$ für $T \to 0+$ und vernachlässige $\partial_T \mu$. Der dominante Term des Integrals kommt durch die Bandkanten b_v und a_l zustande, da die Zustandsdichte $D(E)$ van-Hove-Singularitäten der Form $D_v(E) = B_v \sqrt{b_v - E}$ und $D_l(E) = A_l \sqrt{E - a_l}$ zeigt. Berechne nun das Integral und bestimme die Fermi-Energie E_f.

2. **Bandstruktur eines bcc Gitters in Tight-Binding-Approximation** (6 **Punkte**)
Betrachte ein bcc Gitter mit einer ein-atomaren Basis. Berechnen Sie die Bandstruktur in Tight-Binding-Approximation, wobei nur die s-orbitale und die Matrixelemente der nächsten Nachbarn betrachtet werden.

3. **Magnetowiderstand** ($3 + 3 = 6$ **Punkte**)
Ein Leiter ist einem Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$ ausgesetzt. Berechne den Magnetowiderstand $\rho(B) = \frac{\vec{j}\vec{E}}{\vec{j}^2}$ unter Benutzung der zwei Gleichungen aus Übung 5 Aufgabe 1 für die folgenden verschiedenen Energiebänder:

   (a) Geschlossene Flächen mit konstanter Energie: $E_n\left(\vec{k}\right) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}$ und $\omega_c \tau \gg 1$, wobei ω_c die Zykolotronfrequenz und τ die Relaxationszeit ist.

   (b) Offene Flächen mit konstanter Energie: $E_n\left(\vec{k}\right) = \frac{\hbar^2 \left(\vec{n}\vec{k}\right)^2}{2m}$ (komplett flache Energiebänder mit Normalenvektor $\vec{n}$). Zeige, dass $\vec{v} = -\frac{e\tau}{m}\left(\vec{n}\vec{E}\right)\vec{n}$ gilt. Argumentiere, dass als Konsequenz ρ unendlich sein muss außer für $\vec{j} \parallel \vec{n}$.