
Übung 6 für Statistische Mechanik im SS 2016

Prof. Dr. Andreas Klümper

Norman Gundlach (n.gundlach@uni-wuppertal.de F.12.15)

Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)

Abgabe: 30.05.2016, 12:00 Uhr in Postfach Öz auf D.10

Besprechung: 31.05.2016, 08 : 30 Uhr / 03.06.2016, 10 : 15 Uhr

1. Gibbsscher Satz (6)

Der Gibbssche Satz lautet:

Ein kleiner, aber noch makroskopischer, Teil einer mikrokanonischen Gesamtheit ist bezüglich seiner Energie kanonisch verteilt.

Gegeben sei ein abgeschlossenes System (mikrokanonische Gesamtheit), das in zwei Teilsysteme (Laborsystem bzw. Wärmebad) aufgeteilt wird. Dabei soll das Laborsystem zwar makroskopisch, aber dennoch sehr viel kleiner als das Wärmebad sein. Daraus folgt für die Energien der Systeme:

$$E_{\text{ges}} = E_L + E_W, \quad E_L \ll E_W$$

$\Omega_{L/W}(E_{L/W})$ sei die Zahl der Zustände des Laborsystems / Wärmebads im Intervall dE um $E_{L/W}$. Nutze die mikrokanonische Definition der Temperatur aus, um den Gibbsschen Satz zu zeigen.

2. Carnot-Prozesse (6)

Ein Carnot-Prozess ist ein Kreisprozess, der zwischen einer höchsten Temperatur T_2 und einer niedrigsten Temperatur T_1 verläuft und aus zwei isothermischen und zwei adiabatischen Teilprozessen besteht.

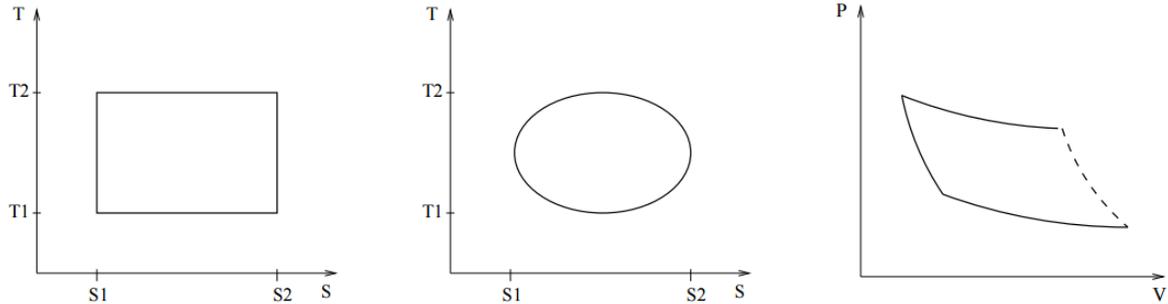
(a) Was ist der Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses.

(b) Ein Körper der Temperatur T_1 wird in eine Umgebung der Temperatur $T_0 < T_1$ gebracht. Wieviel Arbeit kann durch die Abkühlung des Körpers auf die Temperatur T_0 maximal gewonnen werden? Die Wärmekapazität soll als konstant angenommen werden.

Tipp: Betrachte eine Folge infinitesimaler Carnot-Prozesse.

3. Kreisprozesse (6)

Betrachte folgende drei Kreisprozesse:



Das T - S -Diagramm des zweiten Kreisprozesses stellt eine Ellipse dar. Das P - V -Diagramm des dritten Kreisprozesses entspricht dem eines Carnot-Prozesses mit der Änderung, dass die gestrichelte Linie eine nicht quasistatische Zustandsänderung darstellt.

- Berechne für die drei angegebenen Kreisprozesse jeweils die Entropieänderung des Arbeitsstoffs und der beiden Wärmereservoirs nach einem Umlauf des Kreisprozesses.
- Sind die Teilsysteme (Arbeitsstoff, Wärmereservoirs) reversibel? Ist das Gesamtsystem reversibel?

4. Wärmepumpe (7)

Gegeben sei eine Wärmepumpe.

- Finde eine sinnvolle Definition für den Wirkungsgrad η_W bzw. η_K , für den Fall, dass diese Maschine zum Erwärmen bzw. Kühlen eines Stoffes benutzt wird.
- Wir verwenden nun obige Pumpe, um einen Stoff von der Temperatur T auf eine Temperatur $T' < T$ abzukühlen. Bei jedem Umlauf des Kreisprozesses der Kältemaschine wird eine infinitesimale Wärmemenge transportiert. Beachte, dass sich der Wirkungsgrad η_K mit jedem Umlauf ändert. (Ein Wärmereservoir (Stoff) hat eine endliche Wärmekapazität. Damit verringert sich die Temperatur um dT . Der Stoff wird also gekühlt. Damit hat sich der Carnotsche (maximale) Wirkungsgrad verringert.)

Für die Energie des Stoffes gelte die Beziehung:

$$E = cT, \quad c = \text{const.}$$

Wie viel Energie wird dazu mindestens benötigt?

5. Diesel-Zyklus (5)

Das erste Bild zeigt den reversiblen Dieselzyklus. Berechnen dessen Wirkungsgrad η_{Diesel} und vergleiche diesen mit dem Wirkungsgrad des verwandten Otto-Zyklus (zweites Bild)

$$\eta_{\text{Otto}} = 1 - \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^{\frac{k_B N}{c_V}}$$

bei identischem Kompressionsverhältnis $\frac{V_b}{V_a}$. Die Pfeilrichtungen (Input/Output) entsprechen einem Umlauf $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$.

