Übung 3 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2020

Prof. Dr. Andreas Klümper	(kluemper@uni-wuppertal.de	D.10.07)
Dennis Wagner	(dennis.wagner@uni-wuppertal.de	D.10.04)

Abgabe: 15.05.2020 / Besprechung: 18.05.2020

1. **Fourierreihen** (12)
   Skizziere folgende 2π-periodische Funktionen, das heißt $f(x+2\pi) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, und entwickle sie jeweils in eine Fourierreihe:

   (a) $f(x) = \begin{cases} -a & \text{für } -\pi < x < 0 \\ a & \text{für } 0 < x < \pi \\ 0 & \text{für } x = 0, \pi \end{cases}$,

   (b) $f(x) = x$ für $-\pi < x < \pi$ und $f(\pi) = 0$,

   (c) $f(x) = |x|$ für $-\pi < x \leq \pi$.

   Wie kann aus einem der Ergebnisse die Leibniz-Reihe

   $$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

   hergeleitet werden?

2. **Fouriertransformationen** (8)
   Berechne von folgenden Funktionen die Fouriertransformierte

   $$\tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}x f(x) e^{-ikx}$$

   oder die Rücktransformation

   $$f(x) = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}k \tilde{f}(k) e^{ikx}.$$

   (a) $f(x) = \begin{cases} h & \text{für } x \in [-a, a], \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad a, h > 0$

   Was ergibt sich für $f(x)$ und $\tilde{f}(k)$ in den Grenzfällen $h = \frac{1}{2a}$, $a \to 0$ und $h = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, $a \to \infty$?

   (b) $f(x) = \frac{1}{i+x}$

   (c) $\tilde{f}(k) = A\theta(k) e^{-\alpha k}$, $\alpha > 0$