Übung 0 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2020

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Dennis Wagner (dennis.wagner@uni-wuppertal.de D.10.04)

Abgabe: 24.04.2020 / Besprechung: 27.04.2020

1. **Wirtinger Ableitungen**
   Sei $f(z) = g(z) + ih(z)$ eine komplex differenzierbare Funktion. Zeige die Gültigkeit folgender Gleichungen:

   (a) $\partial_z f(z) = \overline{\partial_{\overline{z}} \overline{f(z)}}, \qquad \partial_{\overline{z}} f = \overline{\partial_z \overline{f(z)}}$.

   (b) $\partial_{\overline{z}} z = 0, \qquad \partial_z \overline{z} = 0$.

   (c) $\partial^2_{z\overline{z}} f(z) = \frac{1}{4}\left(\partial_x^2 + \partial_y^2\right) f(z)$.

   (d) $\partial_x g(z) = \frac{1}{2}\partial_x \left(f(z) + \overline{f(z)}\right), \qquad \partial_y g(z) = \frac{1}{2}\partial_y \left(f(z) + \overline{f(z)}\right)$.

   (e) $\partial_x h(z) = \frac{1}{2i}\partial_x \left(f(z) - \overline{f(z)}\right), \qquad \partial_y h(z) = \frac{1}{2i}\partial_y \left(f(z) - \overline{f(z)}\right)$.

   (f) $\partial_x f(z) = (\partial_z + \partial_{\overline{z}}) f(z), \qquad \partial_y f(z) = i(\partial_z - \partial_{\overline{z}}) f(z)$

2. **Komplexe Differenzierbarkeit**
   Untersuche, wo die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

   (a) $f(z, \overline{z}) = z\overline{z}$,

   (b) $f(x, y) = x^3 - 3xy^2$,

   (c) $f(z) = e^{|z|}$,

   (d) $f(z) = \sin z$,

   (e) $f(z) = |z|^2$,

   (f) $f(z) = \sqrt{|z|}$.