Übung 9 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 18.06.2013 Besprechung: 19.06.2013

1. **Fourierreihen** (12)
Skizziere folgende 2π-periodische Funktionen, das heißt $f(x+2\pi) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, und entwickle sie jeweils in eine Fourierreihe:

   (a) $f(x) = \begin{cases} -a & \text{für } -\pi < x < 0 \\ a & \text{für } 0 < x < \pi \\ 0 & \text{für } x = 0, \pi \end{cases}$,

   (b) $f(x) = x$ für $-\pi < x < \pi$ und $f(\pi) = 0$,

   (c) $f(x) = |x|$ für $-\pi < x \leq \pi$.

   Wie kann aus einem der Ergebnisse die Leibniz-Reihe

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

   hergeleitet werden?

2. **Schwingkreis** (8)
Es soll eine Reihenschaltung aus einem Kondensator mit Kapazität C und einer Spule mit Induktivität L betrachtet werden. Legt man nun eine Spannung mit fester Frequenz ω an, also $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$, so sind die Impedanzen (Blindwiderstände) der Komponenten gegeben durch $\frac{1}{i\omega C}$ und $i\omega L$, und wegen der Reihenschaltung die Gesamtimpedanz durch $Z(\omega) = \frac{1}{i\omega C} + i\omega L$. Für die Stromstärke ergibt sich damit $I(t) = \frac{U(t)}{Z(\omega)}$.
Nun soll eine Sägezahnspannung von der Form $U(t) = U_0 \frac{t}{T}$ für $0 \leq t < T$ und $U(t+T) = U(t)$ angelegt werden. Entwickle diese in eine Fourierreihe (Zerlegung nach Frequenzen: $U(t) = \sum_n U_n e^{i\omega_n t}$. Wie sehen U_n und ω_n aus?) und wende dann auf jeden einzelnen Summanden den Zusammenhang $I_n = \frac{U_n}{Z(\omega_n)}$ an, um die Stomstärke $I(t)$ zu berechnen! Zeichne mit Hilfe eines Computers sowohl die Spannung, als auch die Stromstärke, indem die Reihen für $U(t)$ und $I(t)$ nach geeignet vielen Summanden abgebrochen werden.