

Übung 7 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 04.06.2013

Besprechung: 05.06.2013

1. Logarithmus (7)

- (a) Allgemein läßt sich z^w mit $z, w \in \mathbb{C}$ berechnen durch $z^w = e^{w \log z}$. Berechne alle möglichen Werte von $\log((-1)^{-i})$.
- (b) Bestimme ein möglichst großes Gebiet, auf dem $f(z) = \log(z - i)$ als holomorphe Funktion definiert werden kann. Bestimme dann $f(-i)$.

2. Äquipotentiallinien (13)

Der Realteil der Funktion

$$f(z) = q \log(z - a) - q \log(z + a)$$

ist eine harmonische Funktion und beschreibt ein Potential, das von einer Ladung q bei a und einer Ladung $-q$ bei $-a$ erzeugt wird.

- (a) Finde die Äquipotentiallinien des Realteils. Schreibe dabei den Realteil als $\operatorname{Re} f(z) = q \ln c$. Bringe die Gleichung auf die Form $|z - z_0|^2 = r^2$. Wie hängen z_0 und r von a und c ab?
- (b) Welche geometrischen Figuren werden durch diese Gleichung beschrieben?
- (c) Untersuche die beiden Grenzfälle $c \rightarrow 0$ und $c \rightarrow 1$. Was ergibt sich für $c > 1$? Skizziere einige Äquipotentiallinien.