Übung 5 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 14.05.2013 Besprechung: 15.05.2013

1. **Singularitäten** (6)
   Bestimme jeweils von den folgenden Funktionen alle Singularitäten und deren Typ (Polstelle, Ordnung? sonstiges?):

   (a)
   $$f(z) = \frac{z^2 + i}{z^4 + 1},$$

   (b)
   $$f(z) = \cos \frac{1}{z},$$

   (c)
   $$f(z) = \frac{1}{\sin^2 z}.$$

2. **Potenzreihe** (6)
   Entwickle
   $$f(z) = \frac{z}{z-1}$$
   um $z = 2$ in eine Potenzreihe und bestimme den Konvergenzradius. Skizziere in der komplexen Ebene den Bereich, für den die Reihe konvergiert.
   Hinweis: Benutze die geometrische Reihe
   $$\sum_{n=0}^{\infty} w^n = \frac{1}{1-w}, \qquad |w| < 1$$
   dessen Konvergenzradius 1 ist.

3. **'Elektrostatik'** (6)
   Was sind die Äquipotentiallinien des Realteils von
   $$f(z) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi} \log z,$$
   wobei ψ ein fester Winkel ist?
   Die Lösung hängt offenbar von der Definition des Logarithmus ab, d.h. von der Wahl des Verzweigungsschnittes. Kann der Verzweigungsschnitt so gewählt werden, daß die Äquipotentiallinien des Realteils sich von 0 bis ∞ erstrecken? Welches Randwertproblem wird hierdurch gelöst?