# Übung 2 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 23.04.2013 Besprechung: 24.04.2012

1. **Harmonische Funktionen** (5)
   Der Laplace-Operator wird durch
   $$\triangle = \partial_x^2 + \partial_y^2$$
   definiert. Eine Funktion $u(x,y)$ heißt harmonisch, wenn sie die Gleichung
   $$\triangle u = 0$$
   erfüllt. Zeige, dass jede harmonische Funktion $u : \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ Realteil einer holomorphen Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ ist.

2. **Integrale in der komplexen Ebene** (10)
   Berechne
   $$\int\limits_{-1}^{1} \frac{\mathrm{d}z}{1+iz}$$
   (a) entlang der reellen Achse durch Erweiterung mit dem Faktor $1-iz$ und Benutzung von Symmetrieargumenten,
   (b) entlang des Kreises mit Radius $\sqrt{2}$ um $i$ unten herum (gegen den Uhrzeigersinn),
   (c) entlang des Kreises mit Radius $\sqrt{2}$ um $i$ oben herum (mit dem Uhrzeigersinn).
   Hinweis zu (b) und (c): Erst substituieren (Mittelpunkt des Kreises in den Ursprung schieben), dann den Weg geeignet parametrisieren.

3. **Integrale in der komplexen Ebene II** (5)
   Berechne
   $$\int\limits_{\mathcal{C}} \mathrm{d}z f(z)$$
   auf der Kontur $\mathcal{C}$ (siehe Abbildung) für
   (a) $f(z) = \sin z$,
   (b) $f(z) = \frac{1}{1+2z}$,
   (c) $f(z) = \overline{z}$,
   (d) $f(z) = \mathrm{Re} z$