Übung 11 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 02.07.2013 Besprechung: 03.07.2013

1. **Fourierentwicklung** (12)

   (a) Bestimme die Fourierentwicklung der Funktion $f(t) : [-\pi, \pi] \ni t \mapsto t^2$ und stelle die Funktion $f(t)$ und die Fourierpartialsummen
   $$S_n^f(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n e^{inx}$$
   mit $n = 2$, 5 und 10 graphisch dar.

   (b) Beweise die Relation
   $$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)t)}{2n-1}, \qquad 0 < t < \pi.$$

   (c) Diskutiere die Fourierentwicklung der Funktion
   $$f(t) = \ln\left(2\cos\frac{t}{2}\right), \qquad -\pi < t < \pi.$$

2. **Wärmeleitungsgleichung** (8)
   Die inhomogene, eindimensionale Wärmeleitungsgleichung lautet
   $$\frac{\rho C_P}{\lambda} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \tag{1}$$
   mit den Konstanten ρ, C_P und λ.

   (a) Nutze nun die Fouriertransformation
   $$T(x,t) = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}k \tilde{T}(k,t) e^{ikx},$$
   um aus der Wärmeleitungsgleichung $\tilde{T}(k,t)$ zu bestimmen.

   (b) Wie bestimmt man $\tilde{T}(k,0)$?

   (c) Führe nun das volle Rechenprogramm durch für ein Anfangsprofil der Temperatur $T(x,0) = \delta(x)$ mit der "punktförmigen" δ-Funktion. Wenn Dir diese Funktion unheimlich ist, verwende einfach, daß die Fouriertransformierte $\tilde{T}(k,0)$ unabhängig von k gleich $1/(2\pi)$ ist. (Berechne zuerst $\tilde{T}(k,t)$ für $t > 0$ und dann $T(k,t)$.)