

# Übung 1 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)  
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)  
Abgabe: 16.04.2013

Besprechung: 17.04.2012

## 1. Wirtinger Ableitungen II (5)

Hängt die Funktion  $f(x, y) = \operatorname{sh}x \cos y + i \operatorname{ch}x \sin y$  nur von  $z$  oder auch von  $\bar{z}$  ab?

## 2. Komplexe Differenzierbarkeit II (10)

Untersuche, wo die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

(a)  $f(z) = |z|^\alpha, \quad \alpha > 0,$

(b)  $f(z) = \cos z,$

(c)  $f(z) = \cos \bar{z}.$

## 3. Landau-Niveaus von Elektronen in Schichtsystemen (5)

In der Quantenmechanik lassen sich die Zustände von freien Elektronen in zweidimensionalen Schichtsystemen mit transversalem Magnetfeld durch komplexe Funktionen  $\psi(z)$  beschreiben, die folgender Gleichung genügen:

$$\frac{1}{2} \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_0 \psi(z) = n \psi(z), \quad n \in \mathbb{N}_0$$

Hierbei sind  $\mathbf{D}_1 = \bar{z} - \partial_z$  und  $\mathbf{D}_0 = z + \partial_{\bar{z}}$ . Die Zahl  $n$  legt die Energie des Elektrons fest und wird auch Landau-Niveau genannt. Wir suchen im Folgenden Lösungen dieser Gleichung.

(a) Wähle den Ansatz  $\psi(z) = \varphi(z) e^{-|z|^2}$ . Welcher Gleichung genügt  $\varphi(z)$ ?

(b) Welches Landau-Niveau  $n$  ergibt sich für komplex differenzierbare Funktionen  $\varphi(z)$ ?