

Übung 0 für Mathematische Methoden der Physik im SS 2013

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 10.04.2013

Besprechung: 10.04.2012

1. Wirtinger Ableitungen

Sei $f(z) = g(z) + ih(z)$ eine komplex differenzierbare Funktion. Zeige die Gültigkeit folgender Gleichungen:

$$(a) \quad \partial_z f(z) = \overline{\partial_{\bar{z}} f(z)}, \quad \partial_{\bar{z}} f = \overline{\partial_z f(z)}.$$

$$(b) \quad \partial_{\bar{z}} z = 0, \quad \partial_z \bar{z} = 0.$$

$$(c) \quad \partial_{z\bar{z}}^2 f(z) = \frac{1}{4} (\partial_x^2 + \partial_y^2) f(z).$$

$$(d) \quad \partial_x g(z) = \frac{1}{2} \partial_x (f(z) + \overline{f(z)}), \quad \partial_y g(z) = \frac{1}{2} \partial_y (f(z) + \overline{f(z)}).$$

$$(e) \quad \partial_x h(z) = \frac{1}{2i} \partial_x (f(z) - \overline{f(z)}), \quad \partial_y h(z) = \frac{1}{2i} \partial_y (f(z) - \overline{f(z)}).$$

$$(f) \quad \partial_x f(z) = (\partial_z + \partial_{\bar{z}}) f(z), \quad \partial_y f(z) = i(\partial_z - \partial_{\bar{z}}) f(z)$$

2. Komplexe Differenzierbarkeit

Untersuche, wo die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

$$(a) \quad f(z, \bar{z}) = z\bar{z},$$

$$(b) \quad f(x, y) = x^3 - 3xy^2,$$

$$(c) \quad f(z) = e^{|z|},$$

$$(d) \quad f(z) = \sin z,$$

$$(e) \quad f(z) = |z|^2,$$

$$(f) \quad f(z) = \sqrt{|z|}.$$