

# Gruppen- und Darstellungstheorie in der Physik – Sommer 2014

## Übung 1

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)  
Abgabe: 22.04.2014

Besprechung: 22.04.2014

### 1. Symmetrische Gruppe

Wir untersuchen in dieser Aufgabe die Gruppe  $S_4$  der bijektiven Abbildungen einer 4-elementigen Menge auf sich selbst, d.h.  $\{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ . Zweck dieser Übung ist das Erinnern und Üben von Begriffen, die schon in der Linearen Algebra kennengelernt, aber zwischenzeitlich vielleicht wieder vergessen wurden.

1. Was ist die Ordnung (= Anzahl aller Gruppenelemente) von  $S_4$ ?
2. Lege nun die Zykeldarstellung zu Grunde. Überlege, daß es genau fünf Muster geben kann

$$(), \quad (**), \quad (**)(**), \quad (***), \quad (***)$$

wobei die Sterne paarweis verschiedene Elemente aus  $\{1, 2, 3, 4\}$  sind. Wieviele verschiedene Gruppenelemente umfaßt jede Klasse? In welcher Klasse befinden sich gerade, in welcher ungerade Gruppenelemente?

3. Wieviele Konjugationsklassen gibt es und wie “sehen” sie aus? Tipp: hier ist nicht viel zu tun.
4. Zu den Untergruppen von  $S_4$ :
  - Welche Ordnungen sind grundsätzlich erlaubt?
  - Gib Beispiele von Untergruppen der Ordnung 2, 3, 4, 6, 8 und 12 (ist letzteres notwendig die alternierende Gruppe  $A_4$  der geraden Gruppenelemente von  $S_4$ ?).
  - Gib ein Beispiel eines nichttrivialen Normalteilers (=invariante Untergruppe). Tipp: Vereinige geeignete Konjugationsklassen, so daß eine Untergruppe entsteht.