# Übung 8 für Exakt Lösbare Modelle im WS 2013/2014


Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)

Abgabe: 07.01.2014 Besprechung: 08.01.2014

1. **Bestimmung der Skala**
   In der Vorlesung wurde unter anderem die Funktion $a(\alpha)$ eingeführt. Nutze die Relationen
   $$\begin{aligned} r(0) &= P, \\ R(1) &= e^{i\frac{I}{2}\vec{\sigma}\vec{S}} \end{aligned}$$
   und bestimme hieraus $a'(1)$.
   Hinweis: Die benötigten Gleichungen für $w_0'$ und $w'$ wurden in der Vorlesung bereits hergeleitet.

2. **Bethe-Ansatz I**
   Betrachte die in der Vorlesung eingeführte Monodromiematrix
   $$\begin{pmatrix} A(\alpha) & B(\alpha) \\ C(\alpha) & D(\alpha) \end{pmatrix} = r_{h1}(\alpha_1 - \alpha) \dots r_{hN}(\alpha_N - \alpha) R_{h0}(\alpha_0 - \alpha)$$
   und den Referenzzustand
   $$\Omega_0 = \left| \frac{1}{2} \dots \frac{1}{2} \right\rangle \otimes |S\rangle .$$
   Überlege, was $r_{hj}(\alpha)\Omega_0$ und $R_{h0}\Omega_0$ ist und berechne hieraus $\Lambda_A(\alpha)$ und $\Lambda_D(\alpha)$ mit
   $$\begin{pmatrix} A(\alpha) & B(\alpha) \\ C(\alpha) & D(\alpha) \end{pmatrix} \Omega_0 = \begin{pmatrix} \Lambda_A(\alpha)\Omega_0 & \dots \\ 0 & \Lambda_D(\alpha)\Omega_0 \end{pmatrix} .$$

3. **Bethe-Ansatz II**
   In der Vorlesung wurde der Eigenwert
   $$\Lambda(\alpha) = \Lambda_A(\alpha) \prod_{\beta=1}^{M} \frac{a\left(\alpha - \alpha'_\beta\right)}{b\left(\alpha - \alpha'_\beta\right)} + \Lambda_D(\alpha) \prod_{\beta=1}^{M} \frac{a\left(\alpha'_\beta - \alpha\right)}{b\left(\alpha'_\beta - \alpha\right)}$$
   eingeführt.
   (a) Zeige durch die Wahlen $\alpha = 0$, $\alpha_j = \delta_{N+1,j}$ und $a(0) = 1$, dass
   $$e^{ik_j L} = e^{i\frac{I}{2}S} \prod_{\alpha=1}^{M} \frac{\lambda_\alpha + \frac{i}{2}}{\lambda_\alpha - \frac{i}{2}}$$
   gilt.
   (b) Zeige aus der Analytizitätsbedingung für $\Lambda(\alpha)$, dass
   $$\left( \frac{\lambda_\alpha + \frac{i}{2}}{\lambda_\alpha - \frac{i}{2}} \right)^N \frac{\lambda_\alpha + \frac{1}{g} + iS}{\lambda_\alpha + \frac{1}{g} - iS} = -\prod_{\beta=1}^{M} \frac{\lambda_\alpha - \lambda_\beta + i}{\lambda_\alpha - \lambda_\beta - i}$$
   gilt.