Übung 7 für Exakt Lösbare Modelle im WS 2013/2014

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 17.12.2013 Besprechung: 18.12.2013

1. **Molekularfeldnäherung des Heisenbergmodells II**
   Betrachte im Folgenden Aufgabe 3 aus Übung 6.

   (a) In der Nähe von T_c sollte m klein sein und die Gleichung aus Übung 6, Aufgabe 3 (b) kann näherungsweise gelöst werden. Wie hängt die spontane Magnetisierung von der Differenz $T - T_c$ ab?

   (b) Wie lautet die Suszeptibilität $\chi = \partial_h m$ für $h \to 0$ oberhalb von T_c? Drücke das Ergebnis in der Form $\frac{C}{T-T_c}$ aus! Wie lautet C?

2. **Schrieffer-Wolff-Transformation**
   Es soll das s-d-Austauschmodell aus dem Andersonmodell hergeleitet werden. Dazu betrachte den Anderson-Hamiltonian

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_A &= H_0 + H_1,\\ H_0 &= \sum_{k,\sigma} \epsilon_k n_{k\sigma} + \epsilon_d \left(n_{d\uparrow} + n_{d\downarrow}\right) + U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow},\\ H_1 &= V \sum_{k,\sigma} \left(c^\dagger_{k\sigma} d_\sigma + d^\dagger_\sigma c_{k\sigma}\right).\end{aligned}$$

   Nun wird eine Transformation der Form

$$\bar{H} = e^S \mathcal{H}_A e^{-S} \tag{1}$$

   durchgeführt. S soll dabei die Bedingung

$$[H_0, S] = H_1 \tag{2}$$

   erfüllen.

   (a) Zeige, dass

$$S = \sum_{k\sigma} \sum_{\alpha=\pm} \frac{V}{\epsilon_k - \epsilon_\alpha} n^\alpha_{d,-\sigma} c^\dagger_{k\sigma} d_\sigma - \text{h.c.}$$

   mit

$$\begin{aligned} n^+_{d,-\sigma} &= n_{d,-\sigma}, \qquad n^-_{d,-\sigma} = 1 - n_{d,-\sigma},\\ \epsilon_+ &= \epsilon_d + U, \qquad \epsilon_- = \epsilon_d\end{aligned}$$

   die Bedingung (2) erfüllt.

   (b) Nähere (1) durch

$$\bar{H} = \mathcal{H}_A + \frac{1}{2}\left[S, \mathcal{H}_A\right] + \ldots.$$

   Welche Terme heben sich unmittelbar weg?

   (c) $\frac{1}{2}[S, H_1]$ besteht aus vier Termen. Vernachlässige die Terme, die proportional zu $c^\dagger_{k'\uparrow} c_{k\uparrow} + c^\dagger_{k'\downarrow} c_{k\downarrow}$ und proportional zu $c^\dagger_{k',-\sigma} c^\dagger_{k\sigma} d_\sigma d_{-\sigma} + d^\dagger_{-\sigma} d^\dagger_\sigma c_{k\sigma} c_{k',-\sigma}$ sind. Berechne die anderen zwei Terme. Einer dieser beiden Terme ist proportional zu d_σ. Dieser kann in H_0 absorbiert werden. Der letzte verbliebene Term enntspricht dem s-d-Austausch-Term.