Übung 2 für Exakt Lösbare Modelle im WS 2013/2014

Prof. Dr. Andreas Klümper (kluemper@uni-wuppertal.de D.10.07)
Yahya Öz (y.oez@uni-wuppertal.de G.11.07)
Abgabe: 29.10.2013 Besprechung: 30.10.2013

1. **Dichtefunktion**
   Sei
   $$p(x) = i \log \frac{x+i}{x-i}$$
   die im Zusammenhang mit der Heisenbergkette auftretende Impulsfunktion. Ein Satz von Parametern $x_1, \ldots, x_N$ soll so gewählt werden, dass
   $$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} p(x - x_j)$$
   zu einer Funktion $f(x)$ mit „gewünschtem" Verlauf wird. Gibt es eine derartige Folge und wie findet man sie? Welche Bedingungen muss $f(x)$ erfüllen, daß es eine geeignete Folge gibt?
   Hinweis: Führe eine Verteilungsfunktion $\rho(x)$ ein und betrachte
   $$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} p(x - x_j) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y p(x-y) \rho(y),$$
   was zu einer Gleichung führt, die mittels Fouriertransformation gelöst werden kann.

2. **Unitarität**
   Zeige, dass durch die Yang-Baxter-Gleichung und die Standard-Anfangsbedingung die Unitarität impliziert wird.

3. **Umskalierung**
   Zeige, dass der Hamiltonoperator des Bosegases
   $$H = -\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2m} \partial_{z_j}^2 + 2c \sum_{N \geq j > k \geq 1} \delta(z_j - z_k) - \mu N$$
   so umskaliert werden kann, dass das Modell nur von den zwei Parametern $\tilde{\mu}$ und $\tilde{T}$ anstelle der vier Parameter m, c, μ und T abhängt.

4. **Zweite Quantisierung**
   Gegeben sei ein Einteilchen-Hamiltonoperator H_1.

   (a) Wie lautet der zugehörige Hamiltonoperator in 2. Quantisierung?

   (b) Zeige mit Hilfe von (a), dass die Schrödingergleichung erfüllt ist.