8. Übungsblatt zur Vorlesung Statistische Mechanik

Prof. Dr. A. Klümper; SS 2010

Abgabe: 24.6.2010 (Postfach Aufgebauer, Ebene 10)
Besprechung: 29.6.2010

---

23. Aufgabe (5 Punkte) : Thermodynamische Relationen

Zeige folgende thermodynamische Relationen:

a)

$$\left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{T,V} = \mu - T\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{N,V}$$

b)

$$\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{V,\mu/T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{T,V}\left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{T,V}$$

c)

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{V,\mu/T} = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{V,N} + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{T,V}\left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)^2_{T,V}$$

d)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{T,N} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,N}$$

24. Aufgabe (5 Punkte) : Wärmeausdehnung

Neben dem schon in der Vorlesung eingeführten Wärmeausdehnungskoeffizienten zu konstantem Druck $\alpha_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ definieren wir noch die Ausdehnung zu konstanter Entropie $\alpha_S = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S$. Zeige:

$$\frac{\alpha_p}{\alpha_S} = 1 - \frac{C_p}{C_V}.$$

25. Aufgabe (5 Punkte) : Absolute Temperatur und thermodynamische Relationen

a) Was ist $\frac{C_p - C_V}{V\,\alpha_p^2}\kappa_T$?

b) Nehmen wir jetzt an, dass wir obige Grössen alle messen können. Dabei benutzen wir allerdings ein Thermometer, das uns nur eine empirische Temperatur θ liefert. Wie sieht die Relation aus a) dann aus? Bestimme daraus die absolute Temperatur $T(\theta)$!

26. Aufgabe (5 Punkte) : 100 Jahre Quantenmechanik

Beweise das *Äquipartitionstheorem* für eine (klassische) Hamiltonfunktion $H(q_1, \ldots, q_{3N}, p_1, \ldots, p_{3N})$

$$\left\langle x_i \frac{\partial H}{\partial x_j} \right\rangle = \delta_{ij} kT \ ,$$

($x_i \in \{q_1, \ldots, q_{3N}, p_1, \ldots, p_{3N}\}$; $\langle \ldots \rangle = \int d\Gamma \ldots$; $d\Gamma$: klassisches Phasenraumvolumenelement).

Wende diese Gleichung auf eine Hamiltonfunktion der Gestalt

$$H = \sum_{i=1}^{f} (A_i p_i^2 + B_i q_i^2)$$

an.

Was ergibt sich für C_V? Welches Verhalten von C_V sagt demnach die klassische Mechanik für ein reales physikalisches System voraus? Vergleiche mit dem Ergebnis aus Aufgabe 21!