

0. Übungsblatt zur Vorlesung Statistische Mechanik

Anwesenheitsübung 15.04.2010

Prof. Dr. A. Klümper
Sommer 2010

0. Aufgabe (0 P) : Dichteoperatoren für Spin-1/2

Erinnerung: Zur Spinquantenzahl $S = 1/2$ gibt es $2S + 1 = 2$ linear unabhängige Zustände. Üblicherweise wählt man die Eigenzustände von S_z mit der Notation $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ als Basis. Für $S = 1/2$ lautet der Spinoperator $\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$, wobei die Paulimatrizen in obiger Basis durch

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

gegeben sind.

- Wie lautet der Dichteoperator für einen Strahl unpolarisierter Spin-1/2 Teilchen? Und wie lautet er, wenn sich alle Teilchen im σ_z -Eigenzustand zum Eigenwert 1 befinden?
- Wie sieht der Dichteoperator aus, wenn sich alle Teilchen in einem σ_x -Eigenzustand befinden, und doppelt so viele positiven wie negativen σ_x -Eigenwert haben?
- Wie sieht allgemein der Dichteoperator für ein Spin-1/2 System aus? Wie überprüft man, ob sich das System in einem reinen Zustand befindet?

Jetzt betrachten wir ein System aus zwei gekoppelten Spin-1/2 Teilchen. Bekanntlich erhält man ein Gesamspin-0 Singulett und ein Gesamspin-1 Triplett.

- Wie lautet der Dichteoperator, wenn sich das System im Singulett-Zustand befindet?
- Angenommen man interessiert sich nur für Teilchen Nr.1. Wie erhält man aus dem Dichteoperator des Gesamtsystems den Dichteoperator für Teilchen Nr.1?
- Wie lautet der Dichteoperator für Teilchen Nr.1 im Fall a)? Befindet sich das reduzierte System in einem reinen Zustand?